ДВИЖЕНИЕ ОПОЛЗНЕВОГО ПОТОКА ПО СКЛОНУ ПЕРЕМЕННОЙ КРУТИЗНЫ

Авербух Е.Л., Хвостова О.Е., Куркин А.А.

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексеева

e-mail: Averbukh.Lena@gmail.com, olga.khvostova@gmail.com

За последние десятилетие заметно возросла интенсивность использования прибрежных районов и шельфов, динамично развивается индустрия туризма, которая приводит к притокам населения и увеличению использования морских ресурсов. Перечисленные особенности требуют качественно нового подхода к проблеме цунами.

Цунами, вызванные сходом оползней и обвалом прибрежных скал, изучены слабо, по сравнению, например, с цунами сейсмического происхождения. Однако по своей разрушительной силе они ни в чем не уступают цунами, вызванные землетрясением. Практически подсчитано [1], что тысячи оползней могут возникать из-за однократного землетрясения с магнитудой 7. Но землетрясение – не единственный источник оползней. Сход осадочных пород, приливы, размыв берегов рек, штормовые волны и др. могут также порождать оползни.

Поэтому необходимо дополнительно изучать, развивать математические модели и численные схемы моделирования данных процессов.

В рамках данной работы было проведено моделирование движения оползня как потока жидких частиц по наклонной поверхности. В начальный момент движения оползня считается, что смещающаяся часть грунтового массива расщепляется в поток жидких частиц, распространяющихся по склону. Взаимодействие с воздухом на боковых границах пренебрежимо мало. Движение потока подвержено действию силы тяжести. Предполагается, что нет внешних притоков массы.

Движение оползня описывается с помощью системы уравнений Навье – Стокса и закона сохранения массы [2]:

$$\begin{cases} \dfrac{Du}{Dt} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} = \mu \nabla^2 \vec{u}, \\ \dfrac{Dv}{Dt} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial y} = \mu \nabla^2 \vec{u}, \\ \dfrac{Dw}{Dt} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial z} = \mu \nabla^2 \vec{u} + g, \end{cases} \tag{1}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0, \tag{2}$$

где x, y, z - декартовы координаты, u, v, w - составляющие вектора скорости $\vec{u}$, t - время, ρ - плотность потока, P - давление, μ - коэффициент вязкости, g-ускорение свободного падения.

При использовании метода частиц основные уравнения движения трансформируются в уравнения для взаимодействующих частиц. Предполагается, что все взаимодействия между частицами ограничены конечным объемом r_e, и вне данного радиуса частицы не взаимодействуют [2-4]. В таком случае, вычислительная сложность пересчета значений неизвестной функции на каждом временном шаге будет равна O(NM), где N – общее число частиц, M – число взаимодействующих частиц.

Неизвестная функция представляется в виде конечной суммы δ-функций Дирака:

$$\phi(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{M} m_i \frac{\phi_i}{\rho_i} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i), \tag{3}$$

где m_i, ρ_i, $\vec{x}_i$ - масса, плотность и положение частицы i соответственно. δ-функция Дирака выступает в данном случае как весовая функция.

В соответствии с уравнением (3) плотность жидкости вычисляется следующим образом:

$$\rho(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{M} m_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i). \tag{4}$$

Давление жидкости вычисляется с помощью уравнения состояния:

$$P = P_o + k(\rho - \rho_0), \tag{5}$$

где P_0, ρ_0 – давление и плотность покоящейся жидкости.

Чтобы просчитать уравнения сохранения импульса, необходимо выразить оператор градиента и лапласиан, которые используются для вычисления сил давления и вязкости действующих на частицы. Тогда составляющие за счет силы давления и вязкости вычисляются следующим образом:

$$F_i^{press} = \sum_{i=1}^{M} m_i \frac{P_i + P_j}{2\rho_i} \nabla \delta_{press}(\vec{r}_i - \vec{r}_j), \tag{6}$$

$$F_i^{vis} = \mu \sum_{i=1}^{M} m_i \frac{u_i - u_j}{\rho_i} \nabla \delta_{vis}(\vec{r}_i - \vec{r}_j), \tag{7}$$

где $\vec{r}_i$, $\vec{r}_j$ - положения взаимодействующих частиц i и j соответственно.

Весовые функции для давления, вязкости и других членов вычисляются следующим образом [2]:

$$\nabla \delta_{press}(\vec{r}) = \frac{45}{\pi r_e^6} (r_e - |\vec{r}|)^3 \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \tag{8}$$

$$\nabla \delta_{vis}(\vec{r}) = \frac{45}{\pi r_e^6} (r_e - |\vec{r}|), \tag{9}$$

$$\delta(\vec{r}) = \frac{315}{64\pi r_e^9} (r_e^2 - |\vec{r}|^2)^3, \tag{10}$$

Значения функций вне радиуса взаимодействия re равны 0.

Для реализации граничных условий использовались неподвижные граничные частицы. Считается, что частицы рассматриваемого потока находятся на расстоянии d от граничных частиц. Если при расчете частица i подходит к границе ближе чем на расстояние d, то со стороны граничной частицы на неё действует сила давления в направлении $\vec{n}(\vec{r}_i)$. В таком случае, сила давления вычисляется следующим образом:

$$F_i^{press} = m_i \frac{\Delta \vec{x}_i}{dt^2} = m_i \frac{(d - |\vec{r}_{iw}|)\vec{n}(\vec{r}_i)}{dt^2}, \tag{11}$$

где $|\vec{r}_{iw}|$ - расстояние от частицы i до граничной частицы.

На каждой временной итерации выполняется последовательность из 4 шагов:

Определение радиуса взаимодействия re для каждой частицы;

Вычисление плотности в соответствии с уравнениями (1, 4, 10);

Расчет скоростей частиц в соответствии с уравнениями (2, 6 - 9);

Перерасчет положения частиц по схеме Эйлера:

$$\vec{x}_i' = \vec{x}_i + \vec{u}_i dt. \tag{12}$$

Алгоритм был реализован, и на его основе было проведено математическое моделирование движения водных, селевых и оползневых потоков. Представлены графики траекторий и скоростей частиц, составляющих оползень.

Данный метод был выбран благодаря следующим преимуществам:

- не требует гладкости решения;
- применение неравномерной сетки;
- алгоритм удобен для распараллеливания по данным.

Литература

1. Гардер О.И., Поплавский А.А. Могут ли оползни быть причиной цунами? // Исследования цунами. 1993. № 5. С. 38 – 49.
2. T.Harada, S. Koshizuka, Y.Kawaguchi. Smoothed particle hydrodynamics on GPU// The Visual Computer manuscript. 2008
3. S. Premoze, T. Tasdizen, J. Bigler, A. Lefohn, R.T. Whitaker, Particle- based simulation of Fluids// EUROGRAPHICS Vol.3. 2003.
4. D. A. Jones, D. Belton. Smoothed particle hydrodynamics: applications within DSTO. Victoria, Australia: DSTO defence Science and technology organization, 2006.