

# РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЙ В ВОДОЕМАХ СЛОЖНОЙ МОРФОМЕТРИИ (НА ПРИМЕРЕ КАМСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА)

**В.А. Шлычков**

*Институт водных и экологических проблем СО РАН  
[slav@ad-abras.nsc.ru](mailto:slav@ad-abras.nsc.ru)*

Развита численная модель плановых течений, адаптированная к физико-географическим условиям Камского водохранилища. Модель позволяет рассчитать пространственную структуру полей скорости и уровня в водоеме, включая морфометрически сложные водотоки Чусовского и Сылвенского плесов. Представлены примеры расчетов для различных значений расхода воды.

Numerical model of planimetric currents adapted to physical geographical conditions of the Kama reservoir was developed. The model allows the calculation of spatial structure of velocity and level fields in the reservoir including morphometrically complex water streams of Chusovsky and Sylvensky reaches. Calculation examples for different values of water discharge are presented.

Камское водохранилище является морфометрически и топологически сложным водным объектом (рис.1). Пространственная конфигурация водохранилища образована основным водотоком, проходящим по старому руслу р. Камы, и затопленных пойменных площадей. Покрытые водой припойменные террасы обуславливают распластаный характер водного зеркала с широкими заливами, образовавшимися вдоль малых речных притоков и простирающимися на десятки километров в боковых направлениях от главного русла.

Довольно сложную пространственную структуру имеет и водное зеркало: наряду со значительно протяженностью (более 300 км) имеются крупные заливы, ряд речных притоков с затопленными устьями. Доля относительно мелководных зон сравнительно велика и составляет примерно 80% акватории.

Цель данной работы заключается в построении численной модели для детализации пространственной структуры течений в водохранилище. Согласно основным этапам постановки и реализации модели внутриводоемных процессов [1] необходимо провести анализ геометрии русла в аспекте выделения гидрологически важных компонентов водотока. Изучение натуральных данных по формированию приточности в водохранилище позволяет заключить, что наиболее значительными боковыми притоками являются реки Косьва, Иньва, Обва, а также Сылвенский и Чусовский плесы. Основной расход воды поступает в водоем по руслу Камы в районе п. Березники (рис.1).

При разработке плановой модели течений используются уравнения Сен-Венана в двумерном приближении, позволяющие воспроизводить пространственную структуру потока с необходимой для практики точностью. Расчетные гидродинамические параметры потока служат кинематической основой в моделях транспорта наносов и русловой деформации, переноса и диффузии многокомпонентной примеси, при исследовании ледовых явлений.

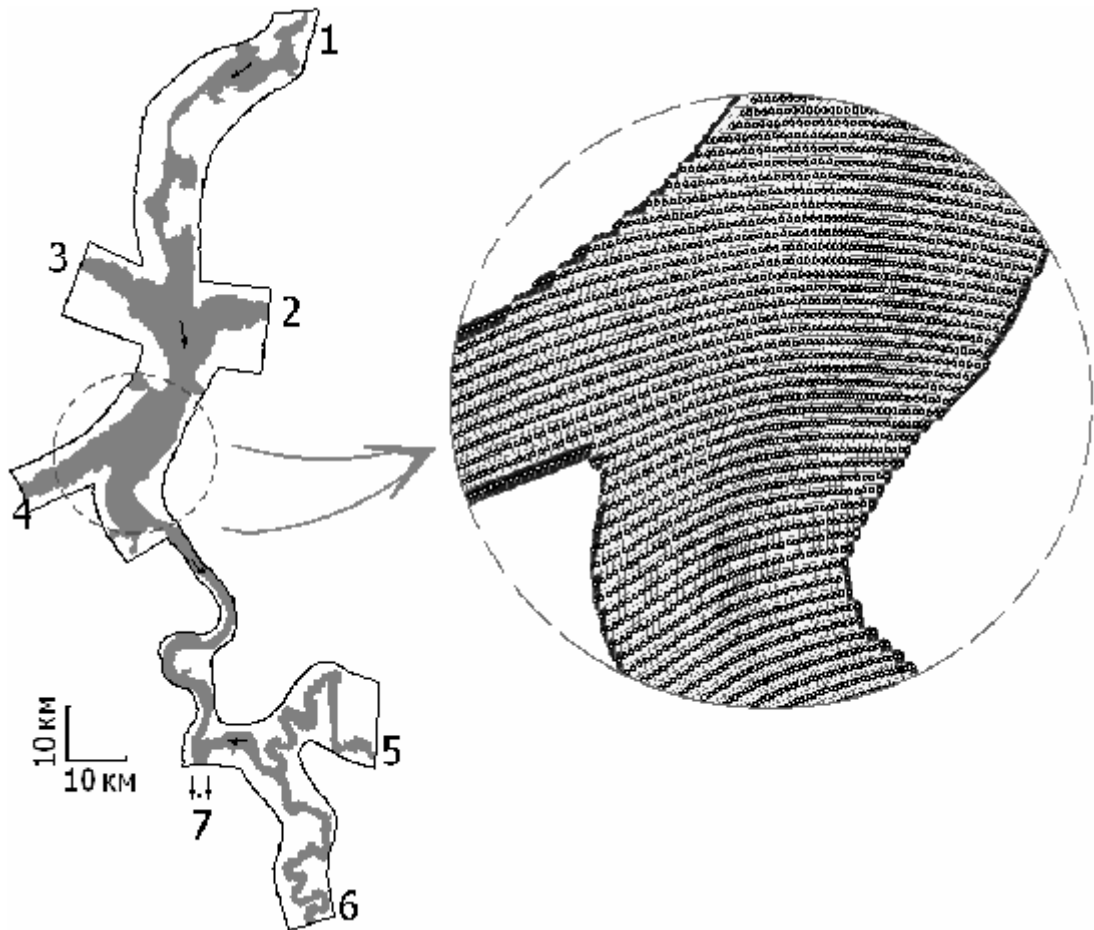


Рис.1. Геометрия русла Камского водохранилища в плане и основные створы (контур сплошной линией)

Цифрами обозначено: 1 – п. Березники, 2 – р.Косьва, 3 – р.Иньва, 4 – р.Обва, 5,6 – Чусовской и Сылвенский плесы, 7 – створ КамГЭС. Справа – фрагмент сеточной области со сгущением узлов в основном водотоке

Пространственная детализация процессов водообмена в водохранилище проводится на основе численной гидродинамической модели [4]. В горизонтальной плоскости введем декартову систему координат с осями  $x, y$ . Рельеф котловины зададим уравнением  $z = z_b(x, y)$ . Уравнения плановых течений запишем в виде [3], учитывающем горизонтальное турбулентное перемешивание и влияние силы Кориолиса

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial hu u}{\partial x} + \frac{\partial huv}{\partial y} &= -gh \frac{\partial (h+z_b)}{\partial x} - \frac{g}{C_s^2} |\mathbf{u}| u + fhv + \frac{\partial}{\partial x} hK_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} hK_y \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_x, \\
 \frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial hvv}{\partial y} &= -gh \frac{\partial (h+z_b)}{\partial y} - \frac{g}{C_s^2} |\mathbf{u}| v - fhu + \frac{\partial}{\partial x} hK_x \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} hK_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_y, \\
 \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} &= 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $t$  время,  $h$  глубина потока (рис.1),  $u, v$  компоненты скорости,  $g$  ускорение силы тяжести,  $C_s$  коэффициент Шези;  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u^2 + v^2}$  модуль скорости течения,  $f$

параметр Кориолиса,  $K_x$ ,  $K_y$  коэффициенты горизонтального турбулентного обмена  $\tau_x$ ,  $\tau_y$  - напряжения ветра.

Численный метод решения уравнений (1) основан на дискретизации исходной системы в сеточной области. Используется неравномерная криволинейная сетка с узлами, разнесенными по граням элементарного пространственного бокса. "Смещенные" сетки позволяют строить консервативные разностные схемы, а применяемые неявные методы обеспечивают устойчивость метода при долгопериодном интегрировании.

Опыт эксплуатации плановой численной модели, основанной на использовании регулярных прямоугольных сеток, показал, что расчет параметров течения в руслах сложной геометрии при задании базовой области в виде прямоугольника требует введения неоправданно большого количества узлов сетки. При этом их значительная часть оказывается лежащей вне содержательной области (на суше), так что коэффициент полезного покрытия может уменьшаться до 0.1 при значительной протяженности, меандрировании и ветвлении русла. Это приводит к нерациональному использованию компьютерных ресурсов и понижает эффективность расчетных алгоритмов. Возникает и ряд вычислительных проблем, обусловленных негладкой аппроксимацией береговых контуров (возвратные мелкомасштабные течения вблизи плохо аппроксимированных уступов линии берега, аккумуляция примеси на мелководье и т.п.).

Размеры прямоугольника, охватывающего водохранилище в целом с притоками и заливами равны примерно  $100 \times 200$  км<sup>2</sup> (рис.1). При использовании прямоугольной сетки с пространственным разрешением  $\Delta x = \Delta y = 50$  м для численного описания динамических переменных потребовалось бы 8 млн. конечно-разностных узлов, что является непосильным для персональных компьютеров.

В связи с этим важным этапом разработки математической модели является алгоритм разбиения расчетной области на совокупность криволинейных элементарных объемов (боксов) с приемлемым объемом узлов, на которых строятся дискретные соотношения. Сетки произвольной структуры эффективно адаптируются под плановую геометрию расчетной области и особенностей морфометрии. В настоящее время разработаны и широко используются алгебраические, геометрические и дифференциальные методы генерации сеток в областях произвольной формы. В данном случае эффективным оказался дифференциально-вариационный подход, обладающий необходимой общностью и гибкостью и позволяющий регулировать свойства проектируемой сетки с помощью управляющих функций и параметров. При этом задача формирования системы сеточных узлов в области ставится для системы квазилинейных уравнений эллиптического типа с граничными условиями, определяемыми соответствием контура области и канонического прямоугольника - прообраза исходной области.

Граничный контур области, показанный на рис.1 сплошной линией, охватывает как главное русло, так и пойменные участки в виде глубоких и мелководных заливов вплоть до границ влияния подпора вблизи Березников. На рис.1 справа представлен фрагмент области с нанесенными сеточными узлами. Сред-

ний размер элементарного бокса в гидравлически значимых областях при общем разрешении около 24 тысяч узлов составляет около 200 м в поперечном потоку направлении и 500 м в продольном. Отчетливо видно увеличение плотности сеточных узлов в пределах русла, достигнутое применением управляющих функций. При воспроизведении динамических параметров потока с помощью численной модели это будет обеспечивать необходимую пространственную детализацию и точность расчетов.

В задаче описания плановой структуры течений в водохранилище возникает проблема задания согласованных начальных полей расходов и уровней. Данные наблюдений не могут служить для этих целей и единственным разумным способом получения начальных данных является метод установления, когда эволюционные уравнения Сен-Венана интегрируются по времени до выхода на асимптоту при фиксированных граничных условиях. Явное интегрирование оказывается довольно дорогим средством решения этой задачи, т.к. установление первоначально заданных параметров происходит довольно долго. Для сокращения периода адаптации и надежного стационарирования целесообразно применение неявных схем.

Неявные схемы, применяемые в модели, эффективно строятся на сетках со смещенными узлами, когда компоненты горизонтальной скорости позиционированы на смежных ребрах элементарного бокса, а поле глубин и уровней проецируется на геометрический центр ячейки. Смещенные сетки автоматически обеспечивают второй порядок точности по пространству, что особенно важно в криволинейных областях, где определить точность схемы затруднительно. При построении конечно-разностных соотношений методом контрольного объема в соответствии с теоремой Гаусса полный баланс потоков определяется расходами субстанции на гранях бокса, т.е. алгебраической суммой компонентов на гранях, чем и объясняется удобство смещенных сеток. Пространственная аппроксимация дифференциальных операторов основана на современных представлениях о монотонных схемах и схемах с невозрастанием полной вариации (Total Variation Diminishing, TVD). TVD-свойство гарантирует, в частности, неотрицательность численных полей – таких, как толщина слоя воды, температура Цельсия, концентрация примеси.

Основной задачей, поставленной в данной работе, являлось восстановление характерной картины течений в водоеме при различных значениях суммарного расхода и не преследовалась цель расчета динамики водотока на конкретный день года с соответствующей гидрологической и метеорологической обстановкой. На рис.2 показан пример расчета в виде изолиний функции тока – траекторий части жидкости (общая картина представлена в виде двух фрагментов а,б, разбитых в среднем сечении русла). Расстояние между соседними линиями, образующее трубки тока, соответствует одинаковым расходам  $200 \text{ м}^3/\text{с}$  при общем расходе через плотину  $2000 \text{ м}^3/\text{с}$ . Кривые, берущие начало на входных створах по руслам притоков вливаются в основной водоток, что приводит к увеличению водности по маршруту главного русла. В акватории приплотинной части происходит слияние Камского плеса с боковыми водотоками Сылвенского и Чусовского плесов.

Таким образом, поставленная задача решена – определены поля скоростей, уровней и расходов по акватории Камского водохранилища в целом.

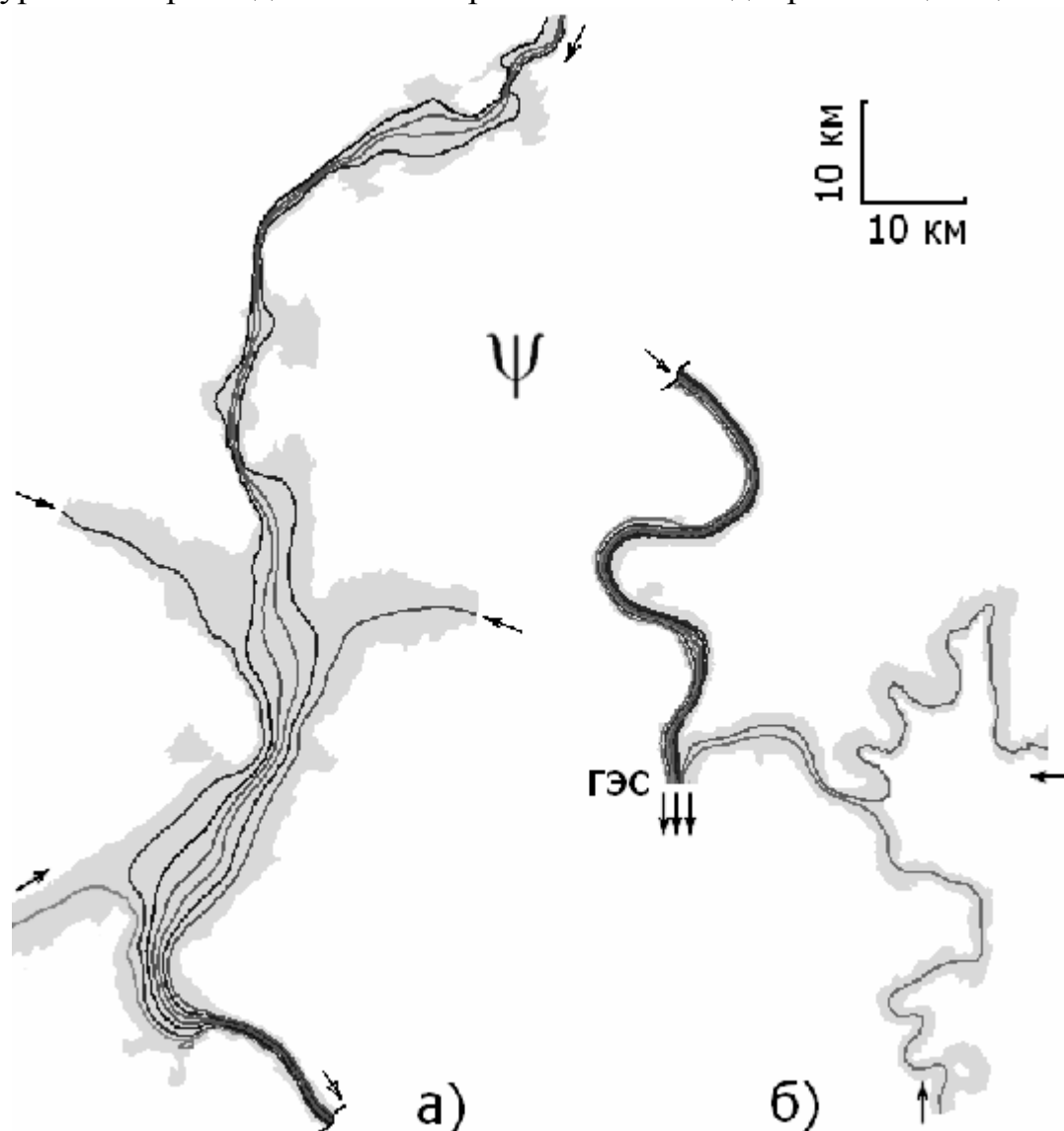


Рис. 2. Изолинии функции тока в Камском водохранилище при общем расходе  $Q=2000 \text{ м}^3/\text{с}$

Сформулированная численная модель может быть использована для детализации локальных процессов на отдельных участках водоема в рамках разработки мероприятий по защите берегов от размыва. Так, выпуклый берег вблизи поселка Усолье (рис.3) и выраженный вдольбереговой характер потока обуславливают здесь формирование сравнительно высоких скоростей течения, что способствует интенсивным русловым деформациям и подмыванию берегов. В перспективе прибрежная территория планируется к жилой застройке, в связи с чем необходимо создать искусственные условия для уменьшения или предотвращения эрозии берегов. Для изучения таких возможностей проведено численное моделирование скоростного режима водотока с оценкой интенсивности размыва в бытовых условиях и при возведении инженерных сооружений.

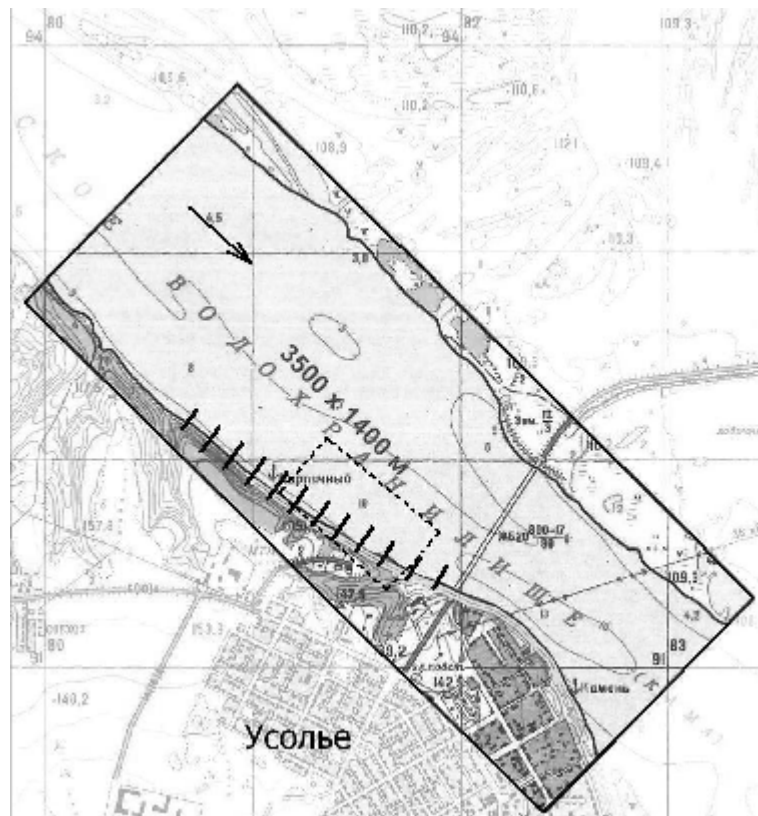


Рис. 3. Геометрия русла на участке Березники-Усолье и расчетная область. Жирными отрезками показано положение защитных сооружений на правом берегу реки

Рис. 3 показывает положение искомого участка русла, расчетный прямоугольник с размерами  $3500 \times 1400 \text{ м}^2$  выделен яркостью изображения. Пространственное разрешение в модели необходимо задать достаточно высоким - так, чтобы адекватно описать детали инженерных сооружений и структуру потока в их непосредственной близости и, вместе с тем, не слишком перегружая компьютерные ресурсы, в частности, ограничить в разумных пределах процессорное время. Исходя из соображений оптимальности, пространственный шаг был взят равным 5 метрам в обоих направлениях  $x, y$ , а общее число узлов в области составило около 200 тысяч.

Анализ натурной информации [2] показывает, что в годы средней водности расходы воды в районе Березников составляли около  $500 \text{ м}^3/\text{с}$  в меженные периоды и превышали  $4000 \text{ м}^3/\text{с}$  в половодье. Чтобы составить представление о характере течения при разных расходах в бытовых условиях численное экспериментирование проводилось для четырех опорных значений из реального диапазона расходов:  $Q=500, 1000, 2000, 3000 \text{ м}^3/\text{с}$ . Численные эксперименты показали, что результаты расчетов по перечисленным значениям расхода дают достаточно информации для того, чтобы уловить основные тенденции потока при изменении водности.

Рис. 4,а иллюстрирует конфигурацию линий тока для значения  $Q=1000 \text{ м}^3/\text{с}$  (расход одиночной трубки тока на рисунке составляет  $100 \text{ м}^3/\text{с}$ ). Легко видеть, что основной водоток проходит вдоль правого берега, левый рукав про-

пускает не более 20% общего расхода. Это связано с возвышениями дна в протоке, которые препятствуют развитию стокового течения

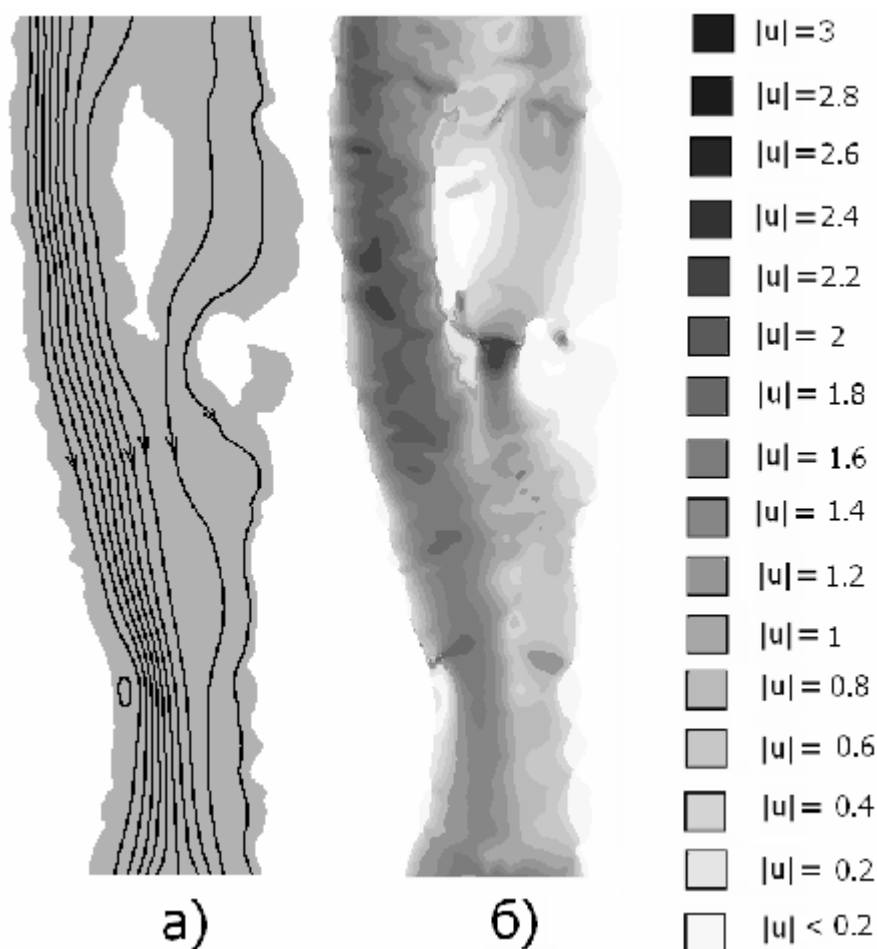


Рис. 4. Расчетные линии тока (а) и распределение модуля скорости (б) при  $Q=1000 \text{ м}^3/\text{с}$

Экстремальные значения скорости потока также достигаются вблизи правого берега. На рис. 4,б представлено поле модуля скорости для рассматриваемого значения расхода. Скорости на стрежне в среднем составляют 0.8-1.2 м/с. На мелководье левого рукава (у нижней оконечности острова) формируется экстремум скорости с  $|u| \approx 1.6 \text{ м/с}$ , обусловленный эффектами переката в окрестности возвышения дна.

Характерные значения неразмывающей скорости при среднем значении диаметра наносов  $d=0.4 \text{ мм}$  на данном участке составляют 0.24 – 0.27 м/с. При малых расходах эти значения сопоставимы со средней скоростью течения, а вблизи берега вследствие торможения потока скорости течения уменьшаются и не превышают размывающую.

Анализ расчетных скоростей донной деформации при  $Q=500 \text{ м}^3/\text{с}$  показывает, что тенденция "эрозия – аккумуляция", оказывается малоградиентной по пространству со сравнительно небольшим значением  $\pm 10 \text{ см/сутки}$ , причем доминирующую роль играют процессы размыва. В данном случае можно говорить об отсутствии интенсивных процессов транспорта наносов. Практически вся береговая полоса в правобережье находится в зоне слабой эрозии.

При  $Q=1000 \text{ м}^3/\text{с}$ , эрозионный процесс заметно интенсифицируется, а скорость деформации увеличивается на порядок. В основном русле перемещение наносов приобретает пятнистый перемежающийся характер, а зона правого берега оказывается подвержена интенсивному размыву (темно-красная заливка). Таким образом, диапазон  $Q=500-1000 \text{ м}^3/\text{с}$  является критическим, при котором реализуется переход от почти устойчивого руслового режима к режиму интенсивных деформаций.

Рассмотрим вариант береговой защиты в виде системы сооружений (шпор), берущих начало на суше и перпендикулярно выступающих в русло на 40 м. Расстояние между осями сооружений (по потоку) зададим равным 160 м. Для покрытия участка требуемой длины в 1800 м потребуется 12 шпор. На рис.3 геометрия и размеры гидротехнической конструкции показаны жирными линиями вдоль правого берега.

Поскольку нас будет интересовать структура потока в непосредственной близости от берега в районе установки шпор, в целях детального анализа выделим прибрежный участок  $300 \times 600 \text{ м}^2$ , который будем считать репрезентативным для суждения о процессах вдоль всей защищаемой береговой полосы (пунктирная рамка внутри расчетного прямоугольника на рис.3). Обсуждение результатов целесообразно проводить не путем анализа скоростей донной деформации, а в терминах сопоставления расчетной скорости течения с неразмывающими значениями. Это связано с тем, что величина деформации имеет пеструю, почти хаотическую структуру и ее ясная интерпретация бывает затруднительна.

Как указывалось выше, среднее значение неразмывающей скорости составляет около 0.3 м/с. Принимая это значение (взятое с некоторым запасом) за критическое, будем анализировать структуру скоростей в диапазоне 0 – 0.5 м/с. Представляет интерес сопоставить течение в бытовых условиях и в условиях установки шпор вначале при большом расходе с тем, чтобы при неудовлетворительных результатах перейти к рассмотрению более надежной конструкции защиты.

Вначале был проведен расчет с береговыми шпорами при  $Q=500 \text{ м}^3/\text{с}$ . Возведение защитных сооружений приводит к торможению потока у берега и образованию гидродинамической тени в межшпорных отсеках. Скорости заметно гасятся, причем у линии уреза их значения уменьшаются в среднем до 0.05-0.2 м/с. Анализ функции тока показывает, что в отсеках могут формироваться слабые циркуляционные течения с расходами 10-15  $\text{м}^3/\text{с}$ . С увеличением расхода в отдельных местах вблизи берега образуются локальные максимумы скоростей, близкие (или слегка превышающие) к критической величине 0.5 м/с. Это означает, что в данном варианте расположения шпор при достаточно больших расходах существует риск фрагментарной эрозии береговой полосы.

В целях понижения скоростей у берега был рассмотрен другой вариант установки сооружений, предусматривающий сокращение межшпорного расстояния со 160 до 80 м с соответствующим увеличением числа шпор до 23. Рис.5,а иллюстрирует скорости течения в береговом фрагменте, полученные при установке двойного набора шпор ( $Q=500 \text{ м}^3/\text{с}$ ). На участках акватории, где



скорость превышает значение 0.5 м/с, структура потока не детализирована, а сами участки покрыты штриховкой.

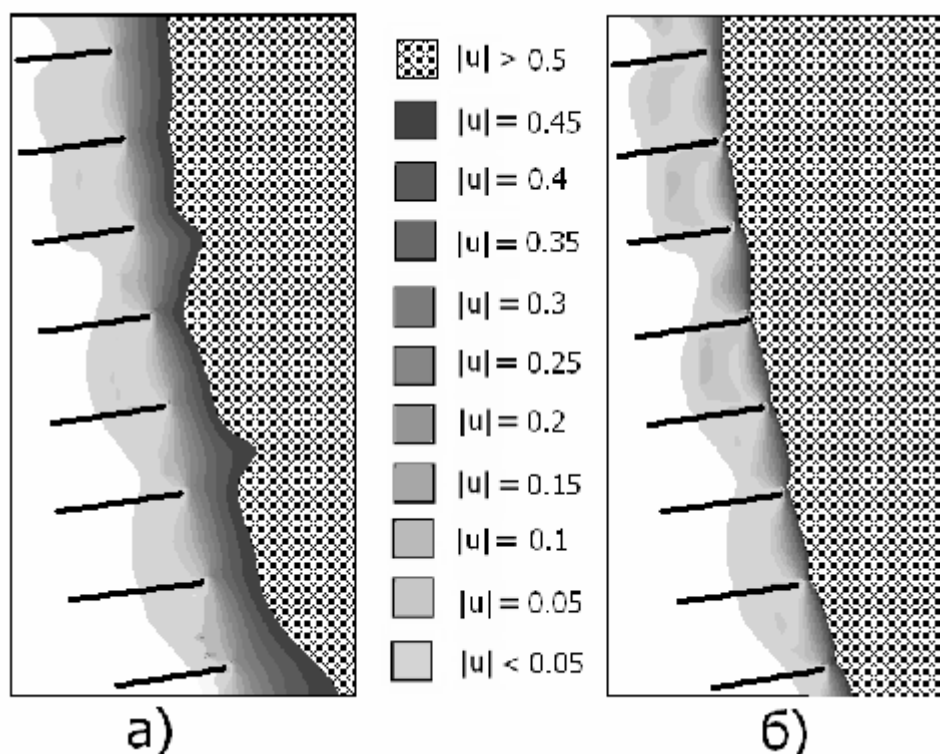


Рис. 5. Распределение модуля скорости в береговом фрагменте при  $Q=500$  (а) и  $Q=1000 \text{ м}^3/\text{с}$  (б) при установке шпор

Оба варианта установки шпор гарантированно гасят скорость при значениях  $Q=500, 1000 \text{ м}^3/\text{с}$ . Это хорошо видно из рис.5,б, на котором даны фрагменты поля скорости течения для большего расхода.

Установка дополнительных шпор обеспечивает уменьшение скоростей до приемлемых величин, практически везде не превышающих неразмывающего значения 0.3 м/с. Очевидно, более частое расположение шпор вдоль берега динамически нецелесообразно (и невыгодно по экономическим соображениям). Но и более редкая система сооружений будет обуславливать риски превышения критической скорости.

Таким образом, из двух рассмотренных вариантов возведения защитных сооружений последний (с более частым расположением шпор) следует признать оптимальным в том смысле, что при фиксированной длине выступа шпор от линии берега (40 м) межшпорное расстояние, равное 80 м, обуславливает уменьшение скоростей течения ниже критической величины и, значит, блокирует процессы эрозии береговой полосы при больших расходах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дегтярев В.В., Долженко Ю.А., Шлычков В.А. Гидротехническое строительство водных путей Якутского транспортного узла. Новосибирск. "Агрос" 2007. 358 с.

2. Китаев А.Б. Важнейшие гидродинамические характеристики водохранилищ (на примере камского каскада). Пермь. ИД "Пресстайм". 2006. 260 с.
3. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. Изд-во иностр. лит., 1959. 540 с.
4. Шлычков В.А. Численная гидродинамическая модель плановых течений, переноса примесей и русловых деформаций в водоемах и водотоках. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2007611110